

Zestaw 2

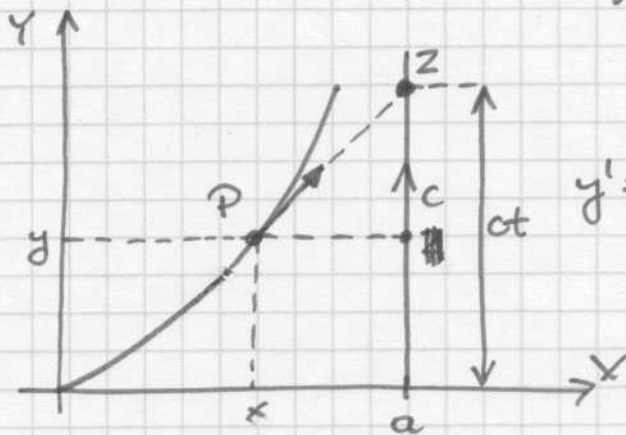
1. Pies biegnie z prędkością o stałej wartości v i goni zająca, który ucieka wzdłuż linii prostej ze stałą prędkością c (rysunek).

Wyprowadzić równanie krzywej podąża zając, że

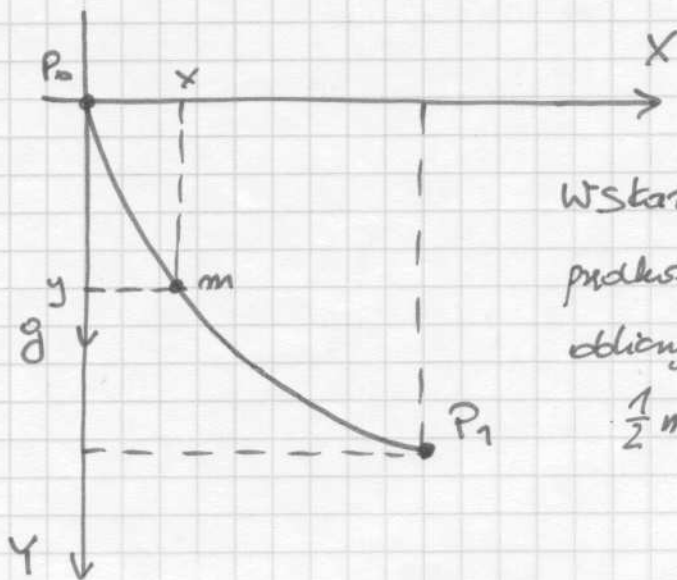
kierunek prędkości zająca \vec{v} jest w każdej chwili wyznaczony przez położenie zająca. Rozwiązać równanie i wyznaczyć krzywą podąża.

Wskazówka: Zauważ, że

$$\text{w każdej chwili: } vt = \int_0^x \sqrt{1+y'^2} dx.$$



2. Zagadnienie brachistochrony: Znaleźć równanie krzywej, po której powinien się poruszać w polu grawitacyjnym punkt materialny, między punktami P_0 a P_1 , tak aby czas zwiży z przemieszczenie był najkrótszy (rysunek).



Wskazówka: Zauważ, że

prędkość ruchu punktu można obliczyć ze wzoru

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgy, \quad v = \frac{ds}{dt}.$$