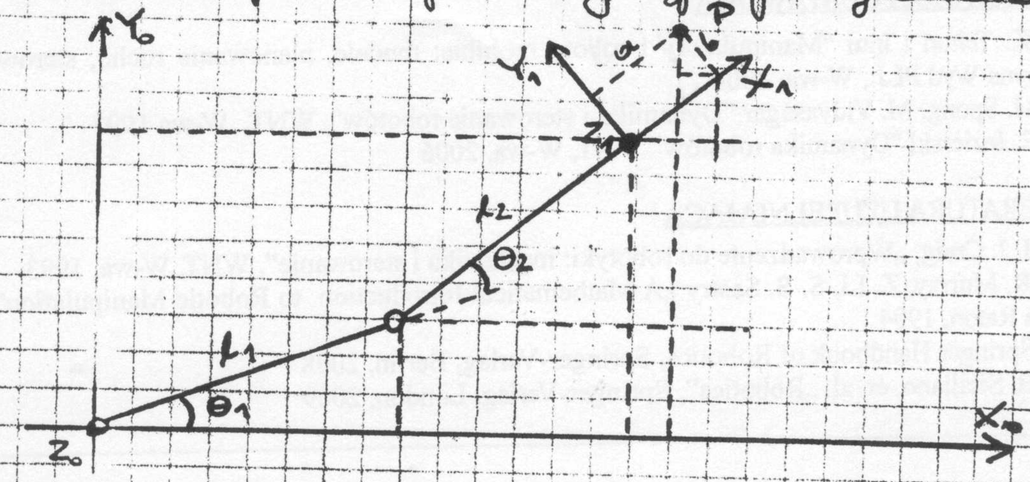
Robotyka 1, III r. AiR inż.

Zestaw 1

1. Dany jest manipulator planarny typu podwójne wahadło:



Zakładając, że przekształcenie układu (X_0, Y_0, Z_0) w układ (X_1, Y_1, Z_1) ma postać

$$g = \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1+\theta_2) & -\sin(\theta_1+\theta_2) & 0 & l_1\cos\theta_1 + l_2\cos(\theta_1+\theta_2) \\ \sin(\theta_1+\theta_2) & \cos(\theta_1+\theta_2) & 0 & l_1\sin\theta_1 + l_2\sin(\theta_1+\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (*)$$

a) Obliczyć współrzędne punktu $P(a,b,0)$ w układzie (X_0, Y_0, Z_0).

b) Sprawdzić uzyskany wynik przez prostą analizę geometryczną.

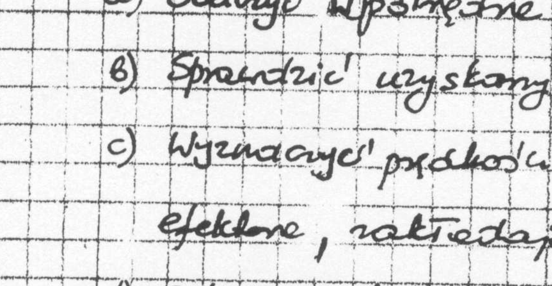
c) Wyznaczyć prędkości liniowe i kątowe, w przestrzeni i w ciele, efektora, zakładając że $\theta_2 = \text{const}$ lub $\theta_1 = \text{const}$.

d) Odgadnąć postać macierzy $(*)$ dla 3 stopni swobody $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$.

2. Dla trzech układów współrzędnych A, B, C wykazać wzory:

$$V^S_{AC} = V^S_{AB} + g_{AB} V^S_{BC} g^{-1}_{AB}, \quad V^B_{AC} = V^B_{BC} + g^{-1}_{BC} V^B_{AB} g_{BC}.$$

3. Pokazać, że krzywizna i skręcenie trajektorii są niezmiennicze względem grupy $SE(3)$, tzn. krzywizna i skręcenie $s(t) = Rp(t) + T$



i $p(t)$ są identyczne. Przypomnienie:

$$K = \frac{\sqrt{\|\dot{c}\|^2 \|\ddot{c}\|^2 - (\dot{c}, \ddot{c})^2}}{\|\dot{c}\|^3}, \quad T = \frac{1}{K^2} \frac{(\dot{c} \times \ddot{c}, c^{(3)})}{\|\dot{c}\|^6},$$

$c(t)$ – krzywa w $\mathbb{R}^3$.